MATT PARKER

MATEMATICKÉ kixy

KOMEDIE PLNÁ (MATEMATICKÝCH) OMYLŮ

GRADA

Fascinující geometrie dveří, zámků a západek.
Člověk by řekl, že zabezpečení nemovitostí je něco, co by se mělo brát vážně, jenže jak se zdá, spousta lidí o principech toho, jak fungují dveře a brány, moc nepřemýšlí.

Matt Parker

MATEMATICKÉ kix^{y}

Grada Publishing

MATEMATICKÉ KIXY

Komedie plná (matematických) omylů

Matt Parker

Přeloženo z anglického originálu knihy Matt Parker: Humble Pi,
vydaného v roce 2019 nakladatelstvím Penguin Random House, Velká Británie.
Copyright © Matt Parker 2019
All rights reserved.

Vydala Grada Publishing, a. s.
U Průhonu 22, Praha 7
obchod@grada.cz, www.grada.cz
tel.: +420 234 264 401
jako svou 9838. publikaci

Odpovědný redaktor Petr Somogyi
Grafická úprava a sazba Jakub Náprstek
Počet stran 288
První vydání, Praha 2024
Vytiskly Tiskárny Havlíčkův Brod a. s.

Czech edition © Grada Publishing, a. s., 2024
Translation © Marek Čtrnáct, 2024
Cover Photo © Depositphotos/winwin.artlab@gmail.com,
Shutterstock.com/3Demian, fotografie autora: Matt Parker at QED 2016,
by AlasdhairJohnston, CC-SA 4.0 International

Upozornění pro čtenáře a uživatele této knihy
Všechna práva vyhrazena. Žádná část této tištěné či elektronické knihy nesmí být reprodukována a šířena v papírové, elektronické či jiné podobě bez předchozího písemného souhlasu nakladatele. Neoprávněné užití této knihy bude trestně stíháno.
Názvy produktů, firem apod. použité v knize mohou být ochrannými známkami nebo registrovanými ochrannými známkami příslušných vlastníků.
Automatizovaná analýza textů nebo dat ve smyslu čl. 4 směrnice 2019/790/EU a použití této knihy k trénování AI jsou bez souhlasu nositele práv zakázány.

ISBN 978–80–271–7703–5 (ePub)
ISBN 978–80–271–7702–8 (pdf)
ISBN 978–80–271–3222–5 (print)

Obsah

0. Úvod 271

1. Když ztrácíte čas 265

2. Omyly stavebních inženýrů 247

3. Malá data 227

4. Tvary a patvary 207

5. S tím se nedá počítat 185

6. Nelze vypočítat 167

7. Pravděpodobně špatně 151

8. Každá chyba něco stojí 131

9. Zaokrouhleně řečeno 113

9,49. Maličkosti k přehlédnutí 97

10. Jednotky a konvence:
proč spolu prostě všichni
nemůžeme vycházet? 86

11. Statistika, to je moje 68

12. Tolnátě ndnoáhé 49

13. Nelze vypočítat 27

Jak jsme se tedy poučili z našich chyb? 9

Poděkování 0

Seznam ilustrací ..... $2^{32}-2$

Rejstřík ..... $2^{32}-3$

Věnováno mé ženě Lucii,
která je mi vždy neúnavnou oporou.
Ano, je mi jasné, že věnovat knihu
o chybách vlastní ženě je samo o sobě
také tak trochu chyba.

Nula

ÚVOD

V roce 1995 spustila společnost Pepsi reklamní akci, při které mohli lidé sbírat Pepsi body, a potom je vyměnit za Pepsi věci. Tričko bylo za 75 bodů, sluneční brýle za 175 bodů, za 1450 bodů byla dokonce k mání kožená bunda. Pokud byste měli všechny tři věci na sobě, v devadesátých letech byste opravdu zabodovali. V televizní reklamě na tento koncept „věcí za body" ukazovali někoho, kdo to měl všechno na sobě a vypadal vážně cool.

Jenomže lidé, kteří tu reklamu vymysleli, ji chtěli zakončit nějakým bláznivým kouskem „klasického Pepsi šílenství". Takže protagonista této reklamy – v tričku, slunečních brýlích a kožené bundě – letí do školy stíhacím letounem Harrier. Toto vojenské letadlo prý mohlo být vaše za 7 milionů Pepsi bodů.

Je to celkem prostý vtip: vzali základní myšlenku Pepsi bodů a extrapolovali ji natolik, že to začalo být absurdní. Takhle se dělá solidní komedie. Jenomže oni si to, jak se zdá, pořádně nespočítali. Sedm milionů sice rozhodně zní jako velké číslo, ale myslím, že tým, který tuto reklamu vytvořil, se neobtěžoval s tím, aby si ověřil, že je *dost* velké.

Někdo jiný to ale udělal. V té době každý letoun AV-8 Harrier II Jump Jet, který byl uveden do provozu, stál námořní pěchotu Spojených států více než 20 milionů dolarů. A existoval i jednoduchý způsob, jak převádět americké dolary na Pepsi body a naopak: firma totiž lidem umožňovala, aby si body dokupovali: jeden za deset centů. Ne že bych se nějak vyznal na trhu s použitými vojenskými letadly, ale zaplatit 700 000 dolarů za stroj, který stojí 20 milionů, to mi přijde jako dobrá investice. Stejně jako Johnu Leonardovi, který se tuto odměnu pokusil získat.

A nebyl to žádný chabý pokus. Šel do toho naplno. Reklamní akce vyžadovala, aby lidé svůj nárok uplatnili pomocí originálního objednávkového formuláře z katalogu „Pepsi Stuff“, aby vyměnili nejméně patnáct opravdových Pepsi bodů a aby přiložili šek, který pokryje cenu jakýchkoliv dalších potřebných bodů, plus 10 dolarů jako poštovné a balné. John tohle všechno udělal. Použil originální formulář, shromáždil patnáct bodů z produktů Pepsi a svěřil svým právním zástupcům 700 008 dolarů a 50 centů, jimiž byl krytý jeho šek. Opravdu dal ty peníze dohromady! Ten člověk to myslel vážně!

Pepsi jeho požadavek zpočátku zamítla: „Stíhací letoun Harrier v reklamním spotu Pepsi je nereálný a byl tam uveden pouze proto, aby vznikla humorná a zábavná reklama.“ Jenomže to už Leonard povolal své právníky a byl připravený k boji. Jeho právní zástupci odpověděli: „Toto je formální požadavek, abyste dostáli závazku a neprodleně zařídili převod nového stíhacího letounu Harrier do vlastnictví našeho klienta.“ Společnost Pepsi neustoupila. Leonard podal žalobu a celá věc skončila u soudu.

Případ zahrnoval spoustu diskusí o tom, jestli dotyčnou reklamu šlo chápat očividně jen jako vtip, nebo jestli bylo možné, aby ji někdo vzal vážně. Oficiální zápisy naznačují, jak hloupá situace tady vzniká: „Žalobce trvá na tom, že reklama budí dojem vážné nabídky, což vyžaduje, aby soud vysvětlil, proč je tato reklama vtip. Vysvětlovat, proč je vtip vtipem, je náročný úkol.“

Soud to ale každopádně zkusil!

> Komentář teenagera z reklamy, že létat do školy stíhacím letounem Harrier „je rozhodně lepší než jet autobusem“ naznačuje nepravděpodobně lehkovážný přístup k relativní obtížnosti a nebezpečnosti pilotování stíhacího letounu v obytné oblasti v porovnání s využitím prostředku hromadné dopravy.
>
> Žádná škola by studentovi neposkytla přistávací plochu pro stíhací letoun ani by neschvalovala narušení školního provozu, který by používání takového letounu způsobilo.
>
> Vzhledem k dobře dokumentované funkci stíhacího letounu Harrier, týkající se útoků na pozemní i vzdušné cíle a jejich ničení, ozbrojeného

průzkumu, ochrany vzdušného prostoru a vedení útočného i obranného protiletadlového boje, není použití tohoto letounu jako způsobu, jak se ráno dopravit do školy, zjevně míněno vážně.

Leonard svojí stíhačku nikdy nedostal a případ Leonard vs. Pepsico, Inc. je dnes součástí právní historie. Mě osobně uklidňuje vědomí, že pokud řeknu něco, co charakterizuji jako „bláznivý humor", je tu právní precedent, jenž mě chrání před lidmi, kteří to vezmou vážně. A pokud s tím máte problém, stačí, abyste nasbírali dost Parkerových bodů a já vám bezplatně pošlu svoji fotografii, na které se tvářím, že je mi to jedno (plus případné poštovné a balné).

Společnost Pepsi se pokusila aktivně ochránit před dalšími problémy a vydala novou verzi reklamy, v níž hodnotu Harrieru zvýšili na 700 milionů Pepsi bodů. Přijde mi úžasné, že si podobně velké číslo nezvolili už na začátku: je to přece ještě legračnější než 7 milionů. Společnost si prostě vybrala nějaké náhodné velké číslo a neobtěžovala se s tím, aby si to spočítala.

My lidé nejsme zrovna dobří v posuzování toho, jak velká jsou velká čísla. A i když víme, že jedno číslo je větší než druhé, neuvědomujeme si, *jak* moc je větší. V roce 2012 jsem musel vystoupit ve zprávách BBC, abych jim vysvětlil, jak velký je bilion. Tehdy britský státní dluh právě překročil jeden bilion liber, a oni mě povolali, abych vysvětlil, že to je velké číslo. Křičet „Je hrozně velké, a nyní zpět do studia!" podle všeho nestačilo, a tak jsem musel uvést nějaký příklad.

Rozhodl jsem se pro svou oblíbenou metodu: porovnávat velká čísla s pomocí času. Víme, že milion, miliarda a bilion jsou různě velká čísla, často však nedoceňujeme, jak jsou rozdíly mezi nimi obrovské. Milion sekund od této chvíle je o něco méně než jedenáct dnů a čtrnáct hodin. To není tak zlé. Tak dlouho bych si klidně počkal. Nejsou to ani dva týdny. Miliarda sekund je více než jedenatřicet let.

Bilion sekund od této chvíle uplyne až po roce 33 700 n. l.

Tato překvapivá čísla ve skutečnosti dávají dokonalý smysl, když se nad nimi trochu zamyslíte. Čísla milion, miliarda a bilion jsou každé tisíckrát větší než to předcházející. Milion sekund je zhruba třetina měsíce,

takže miliarda sekund bude kolem 330 měsíců (třetiny z tisíce). A pokud je miliarda asi tak jedenatřicet let, bilion musí samozřejmě být zhruba 31 000 let.

Celý život se učíme, že čísla jsou lineární, že prostor mezi nimi je vždy stejný. Pokud počítáte od jedné do devíti, bude každé číslo o jedničku větší než to předešlé. Pokud se někoho zeptáte, které číslo je v polovině mezi jedničkou a devítkou, řekne vám, že pětka – ale jenom proto, že se to tak učil. Probuďte se! Lidé instinktivně vnímají čísla logaritmicky, nikoli lineárně. Malé dítě nebo někdo, koho ještě neindoktrinovali vzděláním, dá doprostřed mezi jedničku a devítku trojku.

Číslo tři je střed jiného druhu. Je to logaritmický střed, což znamená, že je to střed vzhledem k násobení, nikoliv ke sčítání. $1 \times 3 = 3$; $3 \times 3 = 9$. Od jedné do devíti se můžete dostat buď tak, že dvakrát přičtete čtyři, nebo tak, že dvakrát vynásobíte třemi. Takže „střed podle násobení" je tři – a to je to, co lidé používají sami od sebe, dokud je nenaučíme něco jiného.

Když výzkumníci požádali příslušníky indiánského kmene Mundurukú v Amazonii, aby mezi jednu tečku a deset teček umístily různé další skupiny teček tam, kam patří, dali doprostřed skupinu tří teček. Pokud máte přístup k dítěti ve školkovém nebo ještě mladším věku (a jeho rodičům nebude vadit, že na něm budete dělat pokusy), pravděpodobně při rozdělování čísel udělá totéž.

I když celý školní život pracujeme s malými čísly, stále je někde v nás instinkt, že větší čísla jsou logaritmická: prostor mezi bilionem a miliardou nám přijde zhruba stejný jako prostor mezi milionem a miliardou – protože v obou případech je jedno číslo tisíckrát větší než druhé. Ve skutečnosti je však skok mezi bilionem a miliardou daleko větší. Je to něco jako dožít se věku po třicítce a dožít se doby, v níž už možná lidstvo ani nebude existovat.

Lidské mozky prostě nejsou dělané na to, aby byly hned od narození dobré v matematice. Nechápejte mě špatně: rodíme se s fantastickým rozsahem numerických a prostorových dovedností; dokonce i nemluvňata dokážou odhadnout počet teček na stránce a provádět s nimi základní aritmetické operace. Přicházíme na svět se schopností používat jazyk a symbo-

lické myšlení. Ale dovednosti, které nám umožňují přežít a fungovat ve společenství, nemusejí nutně odpovídat formální matematice. Logaritmická škála je platný způsob, jak uspořádat a srovnávat čísla, ale matematika vyžaduje i lineární číselnou osu.

Všichni lidé jsou hloupí, když se mají naučit formální matematiku. Vyžaduje to, abyste vzali to, co nám dala evoluce, a rozšířili své dovednosti za hranice toho, co nám říká zdravý rozum. Nenarodili jsme se s nějakou schopností intuitivně rozumět zlomkům, záporným číslům či mnoha jiným podivným konceptům, které matematika vyvinula. Náš mozek se ale časem dokáže naučit, jak s nimi zacházet. Dnes máme vzdělávací systémy, které studenty ke studiu matematiky *nutí*. Pokud ale tyto znalosti přestaneme používat, mozek se zase za čas vrátí k „továrnímu nastavení".

Ve Velké Británii museli stáhnout z prodeje jeden druh stíracích losů ještě tentýž týden, ve kterém je uvedli. Společnost Camelot, jež provozuje britskou loterii, to připisovala „zmatení hráčů". Losy se jmenovaly „Cool Cash" a byla na nich vytištěná teplota. Pokud hráč po setření losu našel nižší teplotu, než byla cílová hodnota, vyhrál. Hodně hráčů však podle všeho mělo problém se zápornými čísly…

> Na jednom z mých losů se psalo, že musím najít teploty nižší než −8. Čísla, která jsem setřel, byla −6 a −7, takže jsem myslel, že jsem vyhrál, a prodavačka také. Když ale los oskenovala, stroj řekl, že jsem nevyhrál. Volal jsem do Camelotu a oni mě odbyli nějakými řečmi o tom, že −6 je vyšší než −8, ne nižší, ale já jim to nežeru.

A to znamená, že množství matematiky, které používáme v naší moderní společnosti, je současně neuvěřitelné a děsivé. Jakožto druh jsme se naučili zkoumat a využívat matematiku k tomu, aby dělala věci za hranicemi toho, co dokážou naše mozky zpracovat „od přírody". Díky tomu můžeme dosáhnout věcí, které vysoce převyšují to, k čemu je náš interní hardware dělaný. Když pracujeme za hranicemi intuice, dokážeme nesmírně zajímavé věci, ale je to také chvíle, kdy jsme nejzranitelnější. Prostá matematická chyba může projít bez povšimnutí, ale její následky mohou být strašlivé.

Dnešní svět stojí na matematice: počítačové programování, finance, inženýrství… všechno je to jenom matematika v různých přestrojeních. Díky tomu mohou mít nejrůznější zdánlivě nevinné matematické chyby bizarní následky. A tato kniha je souborem mých nejoblíbenějších matematických omylů.

Chyby, které najdete na následujících stránkách, nejsou pouze zábavné – také něco odhalují. Krátce odtáhnou závěs a odhalí, jak funguje matematika v pozadí, které si normálně nevšimneme. Je to, jako kdyby se ukázalo, že někde za našimi moderními kouzly a čárami pracuje přesčas velký čaroděj s počítadlem a logaritmickým pravítkem. Teprve když se něco pokazí, začneme najednou chápat, jak vysoko jsme díky matematice mohli vyšplhat – a jak hluboko bychom mohli spadnout. V žádném případě nemám v úmyslu dělat si legraci z lidí, kteří se těchto chyb dopustili. Já sám jsem jich rozhodně nadělal dost. Jako ostatně my všichni. A pozor, záměrně jsem ponechal v této knize tři vlastní chyby.* Jestli je všechny najdete, dejte mi vědět!

* Je možné, že v knize jsou skutečně jen tři záměrné matematické chyby. Je také možné, že jich je více a že autor jen tímto způsobem dovedně maskuje své omyly. A samozřejmě není vyloučené, že tyto záměrně chyby byly tak zapeklité, že se tzv. „ztratily v překladu", a my touto poznámkou jen dovedně maskujeme vlastní chyby. Každopádně co by to bylo za knihu o matematických chybách, kdyby v ní žádné chyby nebyly? U autora, jako je Matt Parker, člověk nikdy neví… (pozn. redakce)

Jedna

KDYŽ ZTRÁCÍTE ČAS

Dne 14. září 2004 se nad jižní Kalifornií nacházelo asi tak osm set letadel na dálkových trasách. Brzy mělo dojít k matematické chybě, která ohrozila životy desetitisíců lidí v těchto letadlech. Letový dispečink v Los Angeles náhle a bez varování ztratil rádiový hlasový kontakt se všemi letadly. Bylo poměrně pochopitelné, že vypukla panika.

Rádiové spojení bylo mimo provoz zhruba tři hodiny. Dispečeři během té doby svými osobními mobilními telefony kontaktovali jiné dispečinky, aby letadlům řekly, že si musejí přeladit komunikaci. K žádným nehodám nakonec nedošlo, ale deset letadel se během tohoto chaosu dostalo k sobě blíže, než povolovaly předpisy (9 kilometrů vodorovně nebo 600 metrů svisle). Dvě dvojice strojů se minuly ve vzdálenosti nižší než 4 kilometry. Čtyři sta letů na zemi se zpozdilo a dalších šest set bylo zrušeno. A to všechno kvůli jedné matematické chybě.

Oficiální zprávy jsou ohledně toho, co přesně se pokazilo, poměrně skoupé. Víme však, že za to mohla chyba v měření času na počítačích, které tento dispečink řídily. Zdá se, že systém letového dispečinku sledoval čas tak, že začal u čísla 4 294 967 295 a každou milisekundu ho zmenšil o 1. Což znamená, že mu trvalo 49 dní, 17 hodin, 2 minuty a 47,296 sekund, než dospěl k nule.

Za normálních podmínek se počítač restartoval dříve, než k tomu došlo. V takovém případě se opět začalo odpočítávat od 4 294 967 295. Je pravděpodobné, že někteří lidé o tomto potenciálním problému věděli, a proto zavedli pravidlo, že se systém musí nejméně jednou za třicet dní restartovat. To byl ale jen způsob, jak problém obejít. Nijak neřešil základní mate-

matickou chybu, které spočívala v tom, že si nikdo nezjistil, kolik milisekund by měl systém být nepřetržitě v chodu. V roce 2004 nedopatřením běžel padesát dnů v kuse, došel k nule a vypnul se. Osm set letadel nad jedním z největších měst světa bylo ohroženo, protože si někdo prostě nezvolil dostatečně velké číslo.

Lidé tento problém rychle začali svádět na nedávnou aktualizaci počítačového systému, na kterém nyní běžela jedna varianta operačního systému Windows. Některé starší verze Windows (prosluly tím hlavně Windows 95) trpěly přesně stejným problémem. Pokaždé, když jste Windows spustili, se aktivovalo počitadlo, jehož hodnota se každou milisekundu změnila. To udávalo „systémový čas", kterým se pak řídily všechny ostatní programy. Jakmile však systémový čas Windows dosáhl hodnoty 4 294 967 295, přetočil se zpátky na nulu. Pro některé programy – především pro ovladače, které operačnímu systému umožňují interagovat s externími zařízeními – představovala taková změna času docela problém. Tyto ovladače musejí sledovat čas, aby věděly, zda zařízení pravidelně odpovídají a „nezamrzla" na příliš dlouhou dobu. Když jim Windows řekly, že čas náhle začal plynout pozpátku, spadly a spolu s nimi se zhroutil i celý systém.

Není jasné, jestli se jednalo přímo o chybu Windows, nebo nějakého nového počítačového kódu v samotném systému dispečinku. Tak jako tak ale víme, že viníkem tu bylo číslo 4 294 967 295. Nebylo dost velké pro domácí počítače v devadesátých letech a nebylo dost velké ani pro letový dispečink na počátku nultých let. A v roce 2015 nebylo dost velké ani pro Boeing 787 Dreamliner.

Problém s Boeingem 787 spočíval v systému, který řídil generátory na výrobu elektřiny. Zdá se, že měřil čas pomocí počitadla, které se zvyšovalo každých deset milisekund (tedy stokrát za sekundu) a jeho maximální hodnota byla 2 147 483 647 (což je podezřele blízko polovině z 4 294 967 295…). Znamenalo, že v Boeingu 787 mohla vypadnout elektřina, pokud by byl generátor zapnutý 248 dnů, 13 hodin, 13 minut a 56,47 sekund v kuse. To bylo dost dlouho na to, aby se většina letadel restartovala dřív, než nastal nějaký problém, ale pořád *bylo možné*, že by takový výpadek mohl nastat. FAA (Federální letecká správa) situaci popsala takto:

> Interní softwarové počitadlo v řídicích jednotkách generátorů (GCU) po 248 dnech nepřetržitého provozu přeteče, což způsobí, že tato GCU přejde do bezpečnostního režimu. Pokud by byly čtyři hlavní GCU (spojené s generátory na motorech) spuštěny ve stejnou dobu, po 248 dnech nepřetržitého provozu by všechny čtyři GCU ve stejnou dobu přešly do bezpečnostního módu, což by vedlo k úplné ztrátě dodávky střídavého proudu, bez ohledu na fázi letu.

Domnívám se, že formulace „bez ohledu na fázi letu“ v oficiálním jazyku FAA znamená něco jako „to letadlo prostě mohlo spadnout“. V oficiálním rozhodnutí FAA ohledně provozu těchto Boeingů se objevil požadavek na „pravidelnou údržbu spočívající v deaktivaci elektrických generátorů“. Jinými slovy: každý, kdo měl Boeing 787, ho nesměl zapomenout čas od času vypnout a zapnout. Klasické programátorské řešení. Boeing naštěstí od té doby svůj program aktualizoval, aby problém opravil, takže příprava letadla ke startu už dnes rychlý restart nevyžaduje.

Když 4,3 miliardy milisekund prostě nestačí

Proč se tedy Microsoft, dispečink Los Angeles i Boeing při sledování času omezovali na toto zdánlivě libovolně zvolené číslo, kolem 4,3 miliardy (nebo na jeho polovinu)? Rozhodně to vypadá jako rozšířený problém. O něco jasnější to bude, pokud se na číslo 4 294 967 295 podíváte ve dvojkové soustavě. Když ho napíšete v jedničkách a nulách počítačového kódu, dostanete 11111111111111111111111111111111. Řetězec dvaatřiceti jedniček.

Většina lidí se nikdy nemusí zabývat fungováním čipů nebo binárním kódem, na němž stojí počítače. Zajímají je pouze programy a aplikace, které běží na jejich zařízeních, a (občas) také operační systém, který chod těchto aplikací umožňuje (například Windows nebo iOS). Tady všude se používají normální číslice od nuly do devítky v desítkové soustavě, kterou všichni známe a milujeme.

Pod tím vším však leží binární kód. Když lidé používají Windows na počítači nebo Android či iOS na telefonu, interagují pouze s grafickým uživatelským rozhraním neboli GUI. Ale pod úrovní GUI to začne být docela ošklivé. Jsou tam vrstvy počítačového kódu, které rozumějí kliknutí myši a pohybu prstu po displeji, jimiž ovládáme různá zařízení, a převádějí je na tvrdý strojový kód jedniček a nul, který je mateřským jazykem počítačů.

Kdybyste měli kousek papíru, na kterém je místo pouze na pět číslic, tak největší číslo, které byste mohli napsat, by bylo 99 999. Dostanete ho tak, že každé místo vyplníte největší možnou číslicí. Microsoft, letový dispečink i systémy Boeingu měly společnou jednu věc: byly to 32bitové číselné systémy, což znamená, že největším základním číslem, které v nich bylo možné zapsat, bylo třicet dva jedniček ve dvojkové soustavě neboli 4 294 967 295 v soustavě desítkové.

O něco horší to bylo u systémů, které chtěly jedno z těch dvaatřiceti míst použít pro něco jiného. Pokud byste ten samý kousek papíru s místem na pět symbolů použili k zápisu záporného čísla, museli byste první místo vyhradit pro znaménko plus nebo mínus, což by znamenalo, že byste mohli zapsat jen všechna celá čísla od –9999 do +9999. Obecně se soudí, že systém Boeingu používal právě takováto „čísla se znaménkem“, takže vzhledem k tomu, že první místo bylo zabrané,* měli prostor pouze na třicet jedna jedniček, což je číslo 2 147 483 647. Skutečnost, že počítali pouze centisekundy a ne milisekundy, jim poskytla trochu času navíc – ale ne dost.

Naštěstí podobná zařízení dnes už patří minulosti. Moderní počítačové systémy obvykle bývají 64bitové, což znamená, že už v základu umožňují používat mnohem větší čísla. Maximální možná hodnota je samozřejmě stále konečné číslo, takže každý počítačový systém stále předpokládá, že ho nakonec vypnou a zapnou. Pokud však bude 64bitový systém počítat milisekundy, dosáhne této hranice teprve po uplynutí 584,9 milionů let. Takže si nemusíte dělat starosti: dvě restartování za miliardu let budou stačit.

* V binárním čísle samozřejmě nemůžete uložit symbol + nebo –, takže systém udává, zda je číslo kladné nebo záporné, pomocí samotného binárního zápisu. Stále to však zabere jeden bit místa.

Kalendáře

Analogové metody měření času, které jsme používali před vynálezem počítačů, mají alespoň tu výhodu, že se jim nikdy nic podobného nestane. Ručičky hodin se mohou točit pořád dokola. Ke kalendáři můžete přidávat nové stránky, jak běží léta. Zapomeňte na milisekundy – pokud si vystačíte se starými dobrými dny a roky, žádná matematická chyba vám den nezkazí.

Tohle si aspoň myslel ruský střelecký tým, když dorazil v roce 1908 na olympiádu v Londýně několik dní před 10. červencem, kdy měly začít soutěže ve střelbě. Pokud se však podíváte na výsledky této olympiády, najdete tam všechny ostatní země, ale o výkonech Rusů v žádné střelecké disciplíně tam není ani zmínka. Důvodem je, že den, který pro Rusy představoval 10. červenec, byl ve Velké Británii (a ve většině zbytku světa) 23. červencem. Rusové používali jiný kalendář.

Zdá se zvláštní, že něco tak jednoduchého jako kalendář se může natolik pokazit, že tým mezinárodních atletů dorazí na olympiádu s dvoutýdenním zpožděním. Jenomže kalendáře jsou mnohem složitější, než byste čekali. Zdá se, že rozdělit rok na předvídatelné dny není vůbec jednoduché a ty samé problémy mohou mít různá řešení.

Vesmír nám dal pouze dvě časové jednotky: rok a den. Všechno ostatní je lidský výtvor, který nám má usnadnit život. Když se protoplanetární disk shlukoval a dělil na planety, které dnes známe, ta naše se zrodila s určitým momentem hybnosti. Díky tomu krouží kolem Slunce a přitom se točí kolem své osy. Oběžná dráha, kterou jsme získali, nám dala délku roku, rychlost zemské rotace zase určila délku dne.

Jenomže tyto dvě časové jednotky spolu neladí. Neexistuje přece žádný důvod, proč by ladit *měly*! Jsou to prostě hodnoty, které před miliardami let náhodou vytvořily kusy kamene z protoplanetárního disku. Dnes trvá roční oběh Země kolem Slunce 365 dnů, 6 hodin, 9 minut a 10 sekund. Pro jednoduchost můžeme říct, že to je 365 a čtvrt dne.

Znamená to, že když budete slavit Silvestra po roce tvořeném 365 dny, bude zeměkouli pořád ještě chybět čtvrt dne pohybu, než se vrátíte přesně tam, kde jste byli na loňského Silvestra. Země sviští kolem Slunce rychlostí

asi 30 kilometrů za sekundu, takže na letošního Silvestra budete víc než 650 000 kilometrů od místa, kde jste byli loni. Pokud bylo tedy vaším novoročním předsevzetím nechodit pozdě, už teď jste se pořádně opozdili!

Tohle není jenom drobná nepříjemnost, ale velký problém, protože orbitální rok je to, co ovládá roční období. Léto na severní polokouli nastává každý rok zhruba ve stejném bodě oběžné dráhy Země, protože v tomto místě náklon zemské osy zajistí, že tehdy bude severní polokoule nejblíže Slunci. Po každém roku s 365 dny se kalendář s ročními obdobími o čtvrt dne rozejde. Po čtyřech letech by léto začínalo o den později. Během necelých čtyř set let, což je méně než například doba rozkvětu nějaké civilizace, by se roční období rozešla o tři měsíce. Za osm set let by se léto a zima úplně vyměnily.

Aby se to napravilo, museli jsme kalendář upravit tak, aby měl stejný počet dnů jako jeden oběh Země kolem Slunce. Nějak jsme se museli odpoutat od toho, že by měl každý rok stejný počet dnů. Přitom jsme nemohli mít dny zlomkové: lidé se zlobí, když nový den začne jindy než o půlnoci. Potřebovali jsme nějak spojit rok s dobou oběhu Země, ale nepřerušit přitom spojení mezi dnem a zemskou rotací.

Většina civilizací přišla na stejné řešení: mít v různých rocích různý počet dnů, takže průměrný počet dnů v roce bude zlomek. Dá se to ale zařídit různými způsoby, a proto máme i dnes několik různých kalendářů, které si navzájem konkurují (a každý z nich navíc začíná v jiném okamžiku historie). Pokud budete mít někdy přístup k telefonu svého kamaráda, běžte do nastavení a přepněte mu kalendář na buddhistický. Najednou žije v šedesátých letech šestadvacátého století. Zkuste ho třeba přesvědčit, že se právě probudil z komatu.

Náš moderní kalendář je potomkem kalendáře starověké římské republiky. Ten měl pouze 355 dnů, což je daleko méně, než je třeba, a proto se mezi únor a březen vkládal celý jeden měsíc navíc, který přidal dalších dvaadvacet nebo třiadvacet dnů. Tímto způsobem by se kalendář mohl teoreticky udržovat synchronizovaný se solárním rokem. V praxi bylo na politicích, kteří byli zrovna u moci, aby rozhodovali o tom, kdy by se měl tento nadbytečný měsíc vložit. Vzhledem k tomu, že toto rozhodnutí mohlo prodloužit jejich vládu nebo zkrátit rok, kdy byl u moci nějaký jejich protivník, nemuseli nutně být vždy motivovaní snahou udržet kalendář v pořádku.

Politici jen vzácně zajistí dobré řešení matematického problému. Posledním rokům před rokem 46 př. n. l. se říkalo „roky zmatků“ – objevovaly se nadbytečné měsíce, pak zase mizely a nemělo to mnoho společného s tím, kdy byly zapotřebí a kdy ne. Skutečnost, že se neohlašovaly dostatečně předem, také znamenala, že lidé, kteří cestovali mimo Řím, museli odhadovat, jaké je doma právě datum.

V roce 46 př. n. l. se Julius Caesar rozhodl, že situaci vyřeší pomocí nového, předvídatelného kalendáře. Každý rok bude mít 365 dnů – celé číslo nejbližší skutečné hodnotě – a přebytečné čtvrtky dne se nastřádaly vždy na čtvrtý rok, ke kterému se přidal jeden den navíc. A tak se zrodil přestupný rok s přestupným dnem!

Aby se všechno správně nastavilo, měl rok 46 př. n. l. 445 dnů, což je dost možná světový rekord. Kromě bonusového měsíce mezi únorem a březnem se mezi listopad a prosinec vložily ještě dva *další* měsíce. Od roku 45 př. n. l. pak každé čtyři roky přišel rok přestupný, aby se kalendář udržoval synchronizovaný.

Tedy… skoro synchronizovaný. Na začátku došlo k úřední chybě, díky níž se poslední rok každého čtyřletého období počítal zároveň jako první rok období následujícího, takže ve skutečnosti byl přestupný každý *třetí* rok. Ale všimli si toho, chybu opravili a v roce 3 n. l. už bylo všechno na správné cestě.

Papežská nehoráznost

Julia Caesara nakonec zradilo – i když až dlouho po jeho smrti – pouhých 11 minut a 15 sekund rozdílu mezi 365,25 dny, které měl rok podle jeho kalendáře, a 365,242188792 dny, což je skutečná doba, za kterou se vystřídají roční období. Skluz jedenáct minut ročně není zpočátku nijak zvlášť znatelný. Roční období se posunou o jeden den až za 128 let. Jenomže když se takový skluz střádá nějakých tisíc let, nahromadí se to. A mladé, dynamické náboženství zvané „křesťanství“ spojilo svou oslavu Velikonoc s ročními obdobími. Počátkem 16. století tak už byla mezi datem začátku jara a skutečným začátkem jara mezera deseti dnů.

A nyní jeden málo známý fakt. Často se říká, že juliánský kalendářní rok v délce 365,25 dnů je oproti době oběhu Země příliš dlouhý. To ale není pravda! Doba oběhu Země je 365 dnů, 6 hodin, 9 minut a 10 sekund, tedy o trochu více než 365,25 dnů. Juliánský kalendář je oproti době oběhu příliš *krátký*. Ale oproti ročním obdobím je zase příliš dlouhý. Je to bizarní, ale roční období dokonce ani přesně neodpovídají orbitálnímu roku.

Nyní jsme na takové úrovni rozlišení, že v kalendáři začínají hrát roli další orbitální mechaniky. Jak Země obíhá kolem Slunce, mění se také směr náklonu její osy. Pokud v nějakém bodě oběžné dráhy směřuje osa přímo ke Slunci, za 13 000 let bude směřovat přímo od něj. I v kalendáři, který by dokonale odpovídal oběžné dráze Země, by se tedy roční období každých 13 000 let vyměnila. Pokud vezmeme při výpočtu oběžné doby v úvahu precesi zemské osy (změnu jejího náklonu), zjistíme, že se roční období budou opakovat vždy po 365 dnech, 5 hodinách, 48 minutách a 45,11 sekundách.

Změna náklonu zemské osy nám při každém oběhu přidá navíc 20 minut a 24,43 sekund. Takže skutečný siderický (doslova „hvězdný“) rok založený na době oběhu je delší než juliánský kalendářní rok, ale tropický rok založený na ročních obdobích (a to je ten rok, na kterém nám doopravdy záleží) je zase kratší. Je to proto, že roční období závisejí na náklonu zemské osy vůči Slunci a ne na poloze Země jako takové. Máte mé svolení si tuhle část knihy okopírovat a dát každému, kdo v tomhle nemá jasno. Možná mu navrhněte, aby si jako novoroční předsevzetí uložil pochopit, co to vlastně je „nový rok“.

Siderický rok

31 558 150 sekund = 365,2563657 dnů
365 dnů, 6 hodin, 9 minut, 10 sekund

Tropický rok

31 556 925 sekund = 365,2421875 dnů
365 dnů, 5 hodin, 48 minut, 45 sekund

Vážení čtenáři, právě jste dočetli ukázku z knihy ***Matematické kixy*.**
Pokud se Vám ukázka líbila, na našem webu si můžete zakoupit celou knihu.